วิเคราะห์การเคลื่อนที่ของวัตถุแบบโปรเจ็คไทล์ กรณีศึกษาจรวดขวดน้ำ

Studies of Projectile motion Using Digital Video Analysis: A Case Study of Water Rocket

อันวา หะยีบากา (Anwa Hayeebaka)[1]
อิบรอเฮง จารง (Ibroheng Jarong)[1]
อาบีดีน ดะแซสาเมาะ วท.ม. (Abedeen Dasaesamoh, M.Sc.)[2]

บทคัดย่อ

จรวดขวดน้ำเป็นกิจกรรมทางวิทยาศาสตร์ที่ส่งเสริมการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญผ่านกิจกรรมการสืบเสาะหาความรู้ งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของจรวดขวดน้ำ โดยทำการยิงที่มุม 45^0 และความดัน 0.25 0.50 0.75 1.00 และ 1.25 bar บันทึกภาพการเคลื่อนที่ของจรวดด้วยกล้องวีดีโอ และวิเคราะห์การเคลื่อนที่ด้วยโปรแกรม Tracker ผลการวิเคราะห์พบว่า จรวดขวดน้ำมีการเคลื่อนที่แบบโปรเจ็คไทล์ ความคลาดเคลื่อนของพิสัยการยิงระหว่างการวัดและการวิเคราะห์ไม่เกินร้อยละ 5 และระยะทางในแนวราบของจรวดมีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงกับความดันที่ใช้เป็นไปตามสมการ $S_x = 18.72\ P + 9.35$

คำสำคัญ : การเคลื่อนที่แบบโปรเจคไทล์ จรวดขวดน้ำ การวิเคราะห์ภาพถ่าย

Abstract

Water rocket is a scientific activity which used as a promotional student that emphasized the learner towards the inquiry of knowledge. The objective of this research is to analyze water rocket motion. Launching angle of 45^0 and pressure value of 0.25, 0.50, 0.75, 1.00 and 1.25 bar which are applied to record water rocket motion by using digital video and tracking motion via tracker program. The results show that water rocket is projectile motion with maximum horizontal distance differ from measuring not more than 5 %. The horizontal distance of the rocket and an air relative pressure were in linear line relation according to $S_x = 18.72\ P + 9.35$

Keywords : Projectile Motion, Water Rocket, Digital Image Analysis

[1] นักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต (วิทยาศาสตร์) คณะวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและการเกษตร มหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา
[2] อาจารย์ คณะวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและการเกษตร มหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา

บทนำ

องค์การพิพิธภัณฑ์วิทยาศาสตร์แห่งชาติ (อพวช.) กระทรวงวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้เริ่มจัดการแข่งขันจรวดขวดน้ำขึ้นครั้งแรกเมื่อปี พ.ศ.2546 โดยมีจุดประสงค์เพื่อส่งเสริมให้เยาวชนได้ใช้ความรู้และกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ผสมผสานกับจินตนาการแล้วนำมาประยุกต์ใช้ผ่านกิจกรรมการแข่งขันจรวดขวดน้ำ โดยมีการคัดเลือกเป็นภูมิภาคได้แก่ ภาคใต้ ภาคเหนือ ภาคกลาง ภาคตะวันออก และภาคอีสาน จากนั้นจะทำการแข่งขันระดับประเทศ ณ สนามแข่งขันองค์การพิพิธภัณฑ์วิทยาศาสตร์แห่งชาติ จ.ปทุมธานี การแข่งขันมี 2 ประเภทคือประเภทแม่นยำ และประเภทความไกล จากสถิติที่บันทึกในการแข่งขันจรวดขวดน้ำระดับประเทศ ครั้งที่ 10 ณ สนามแข่งขันองค์การพิพิธภัณฑ์วิทยาศาสตร์แห่งชาติ จังหวัดปทุมธานี บันทึกได้เท่ากับ 186.91 m (องค์การพิพิธภัณฑ์วิทยาศาสตร์, 2555)

จรวดขวดน้ำเป็นกิจกรรมทางวิทยาศาสตร์ที่ส่งเสริมให้เยาวชนได้เรียนรู้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์และทักษะทางวิทยาศาสตร์ผ่านการลงมือปฏิบัติจริงสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้มาตรฐานที่ ว 4.2 เข้าใจลักษณะการเคลื่อนที่แบบต่างๆของวัตถุในธรรมชาติ มีกระบวนการสืบเสาะหาความรู้และจิตวิทยาศาสตร์สื่อสารสิ่งที่เรียนรู้และนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) โดยครูวิทยาศาสตร์ได้นำกิจกรรมการทำจรวดขวดน้ำ เป็นกิจกรรมในการจัดการเรียนการสอน และเพื่อเป็นการส่งเสริมอย่างเป็นทางการได้มีหน่วยงานทางวิทยาศาสตร์ได้จัดการแข่งขันอย่างแพร่หลายผ่านการแข่งขันจรวดขวดน้ำ

การเคลื่อนที่ของจรวดขวดน้ำเป็นการเคลื่อนที่แบบโปรเจ็คไทล์ ซึ่งยากต่อการอธิบายการเคลื่อนที่ วิธีหนึ่งที่จะทำให้นักเรียนเข้าใจและสามารถอธิบายเกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบโปรเจ็คไทล์ได้ คือการวิเคราะห์การเคลื่อนที่โดยใช้ภาพถ่ายซึ่งมีโปรแกรมหลายโปรแกรม สามารถวิเคราะห์ได้ เช่นโปรแกรม VideoPoint โปรแกรม Logger Pro โปรแกรม Coach 6 Stidio MV โปรแกรม Measurement in Motion และโปรแกรม Tracker เป็นต้น สำหรับโปรแกรม Tracker นั้น เป็นโปรแกรมที่ใช้วิเคราะห์วีดีโอและสร้างแบบจำลองในทางฟิสิกส์โดยเฉพาะ มีฟังก์ชันการใช้งานที่สะดวกและง่ายต่อการวิเคราะห์ และที่สำคัญเป็นโปรแกรมฟรีแวร์ไม่มีลิขสิทธิ์ พัฒนาโดย Brown (2012) เมื่อเดือนมิถุนายน พ.ศ. 2548 และปัจจุบันนี้มีการพัฒนาโปรแกรม Tracker เวอร์ชั่น 4.72 ล่าสุดเมื่อวันที่ 26 สิงหาคม 2555 ภายใต้ความร่วมมือของ Open Source Physics (OPS) ซึ่งเปิดโอกาสให้ผู้สนใจร่วมพัฒนาโปรแกรมได้ โปรแกรมดังกล่าวสามารถ ระบุ ตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่ง สามารถแสดงผลการวิเคราะห์เป็นกราฟ อีกทั้งยังสามารถ กำหนดสมการการเคลื่อนที่ได้ ซึ่งมีความเหมาะสมกับการวิเคราะห์ทางกลศาสตร์ (พรรัตน์ วัฒนกสิวิชช์ และจิราภรณ์ ปุณยวัจน์พรกุล, 2555) และการจัดการเรียนการสอนฟิสิกส์ทั้งภาคบรรยาย และภาคปฏิบัติ

1. หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับจรวดขวดน้ำ

กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton' laws of motion) นิวตัน (Sir Isaac Newton) นักวิทยาศาสตร์ชาวอังกฤษได้ศึกษาการเคลื่อนที่และสรุปเป็นกฎเกี่ยวกับแรงและการเคลื่อนที่ไว้ 3 ข้อ เรียก กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน มีใจความดังนี้ (คณาจารย์ภาควิชาฟิสิกส์, 2546)

กฎข้อที่ 1 อนุภาคทุกชนิด จะดำรงสภาพหยุดนิ่ง หรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ตราบใดที่ไม่มีแรงภายนอกมากระทำ เรียกกฎนี้ว่า กฎของความเฉื่อย (Law of inertia)

กฎข้อที่ 2 ความเร่งของอนุภาคเป็นปฏิภาคโดยตรงกับแรงลัพธ์ที่กระทำต่ออนุภาค โดยมีทิศทางเดียวกัน และเป็นปฏิภาคผกผันกับมวลของอนุภาค เรียกกฎนี้ว่า กฎของความเร่ง (Law of acceleration)

กฎข้อที่ 3 ทุกแรงกิริยาย่อมมีแรงปฏิกิริยา ซึ่งมีขนาดเท่ากันแต่มีทิศตรงกันข้ามเสมอ เรียกกฎนี้ว่า กฎของกิริยาและปฏิกิริยา (Law of action and reaction)

2. การเคลื่อนที่แบบโปรเจ็คไทล์ (Projectile motion)

การเคลื่อนที่แบบโปรเจ็คไทล์เป็นการเคลื่อนที่ในสองมิติของวัตถุคือการเคลื่อนที่ในแนวราบ (แกน X) และการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง (แกน Y) วัตถุมีการเคลื่อนที่ในแนวราบด้วยความเร็วคงตัว (a=0) และเคลื่อนที่ตามแนวดิ่งโดยเสรีด้วยความเร่งคงตัวนั้นคือเคลื่อนที่ภายใต้อิทธิพลแรงโน้มถ่วงของโลก (g) ซึ่งมีอัตราเร่งประมาณ 9.81 m/s^2 ปริมาณที่สนใจสำหรับการเคลื่อนที่แบบโปรเจ็คไทล์ คือระยะทางสูงสุด (พิสัย) ซึ่งขึ้นกับปัจจัยหลายอย่างเช่น มุมในการยิง ความเร็วต้นในการยิง เป็นต้น

เวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ไปตำแหน่งสูงสุดพิจารณาได้จากการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งดังสมการ

$$v_y = v_{oy} + (-g)t \quad (1)$$

และ

$$v_{oy} = v_o \sin\theta \quad (2)$$

เมื่อ V_y คือ ความเร็วของวัตถุในแกน y ,V_{oy} คือความเร็วต้นของวัตถุในแกน y และ V_O คือความเร็วต้นของการเคลื่อนที่

เมื่อวัตถุเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นถึงตำแหน่งสูงสุดใช้เวลา t เวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่จากตำแหน่งสูงสุดถึงตำแหน่งที่ตก วัตถุจะใช้เวลาเท่ากับ t เช่นกัน หรือกล่าวได้ว่าเวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นถึงตำแหน่งที่วัตถุตก (พิสัย) ใช้เวลาเท่ากับ 2t เวลาที่วัตถุเคลื่อนที่หาได้จากสมการ

$$t = \frac{[v_o \sin\theta]}{g} \quad (3)$$

จากการเคลื่อนที่ในแนวราบที่เป็นการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ ดังนั้นระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ (S_x) เป็นไปตามสมการ

$$S_x = V_{ox}(2t) \quad (4)$$

เมื่อทำการยิงด้วยมุม 45^0 จะได้ระยะทางไกลสุดหรือพิสัยการยิง (R) และแทนเวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ตามสมการที่ 3 จะได้

$$R = V_o \cos\theta \left(2\frac{v_o \sin\theta}{g}\right) \quad (5)$$

$$R = \frac{v_o^2 \sin 2\theta}{g} \quad (6)$$

$$R = \frac{v_o^2}{g} \quad (7)$$

$$v_o = \sqrt{x_m g} \quad (8)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างระยะสูงสุดกับระยะกระจัดในแนวราบ

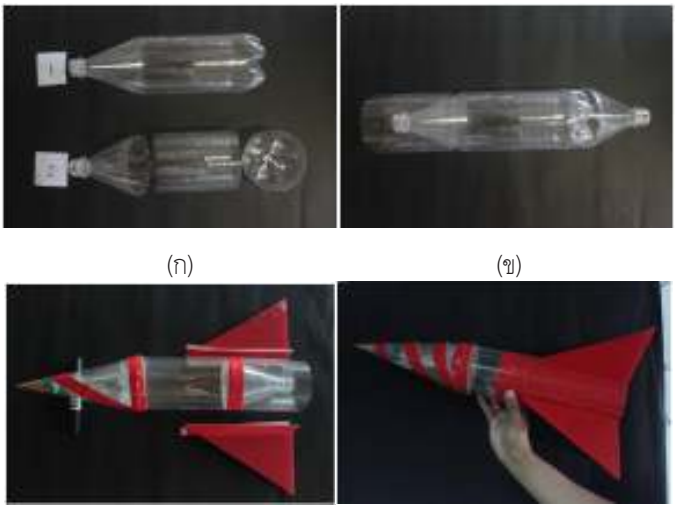
$$\frac{S_y}{S_x} = \frac{1}{4}\tan\theta \quad (9)$$

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของจรวดขวดน้ำ ด้วยเทคนิคการวิเคราะห์ภาพถ่าย โดยเลือกใช้โปรแกรมประยุกต์ Tracker

วิธีการดำเนินการวิจัย

สร้างจรวดจากขวดน้ำอัดลม PET (Polyethylene Terephthlalate) ขนาด 1.25 ลิตร ซึ่งมีน้ำหนักเบา ทนต่อแรงกระแทกได้ดี สามารถทนแรงดันได้สูงสุด 12 bar (ปฐพี ทวีกุล, 2555) จำนวน 2 ใบ โดยใบแรกทำหน้าที่เก็บลม ใบที่สองใช้เป็นส่วนของตัวจรวด โดยตัดส่วนหัว และส่วนท้ายออกใช้เฉพาะส่วนกลางของขวดซึ่งมีความยาว 12 cm นำไปประกอบกับขวดใบแรก นำส่วนหัวของขวดที่ตัดออกเป็นส่วนหัวของจรวด เพิ่มความแหลมของหัวด้วยแผ่นใสที่ทำเป็นรูปกรวยภายในใส่ดินน้ำมัน ประมาณ 40g เพื่อถ่วงน้ำหนัก ติดปีกของจรวด (Fin) รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีขนาดของด้านตรงข้ามและด้านประชิด เท่ากับ 19.00 และ 12.50 cm ตามลำดับซึ่งทำจากฟิวเจอร์บอร์ด ซึ่งมีความแข็งและเบา จำนวน 4 อันโดยให้มีระยะห่าง เท่า ๆ กัน ติดให้แน่นด้วยกระดาษกาวแล็คซีน ดังภาพที่ 1 เติมน้ำประมาณ 1/3 ของขวด ติดจรวดเข้ากับฐานยิงให้แน่น ยิงจรวดด้วยความดัน 0.25 0.50 0.75 1.00 และ 1.25 bar ปรับมุมการยิงที่ 45^0 ดังภาพที่ 2 บันทึกภาพการเคลื่อนที่ด้วยกล้อง Canon รุ่น EOS 500 D ความละเอียด 15.1 MP วางกล้องให้ขนานเพื่อลดความคลาดเคลื่อนจากการบันทึกภาพ (พรรัตน์ วัฒนกสิวิชช์ และจิราภรณ์ ปุณยวัจน์พรกุล, 2555) โดยมีระยะห่างจากระนาบการยิง ประมาณ 30 m และติดตั้งท่อน้ำพีวีซีสูง 2 m เพื่อใช้เป็นแถบมาตรฐาน (scale bar) บอกความยาวอ้างอิงสำหรับการวิเคราะห์

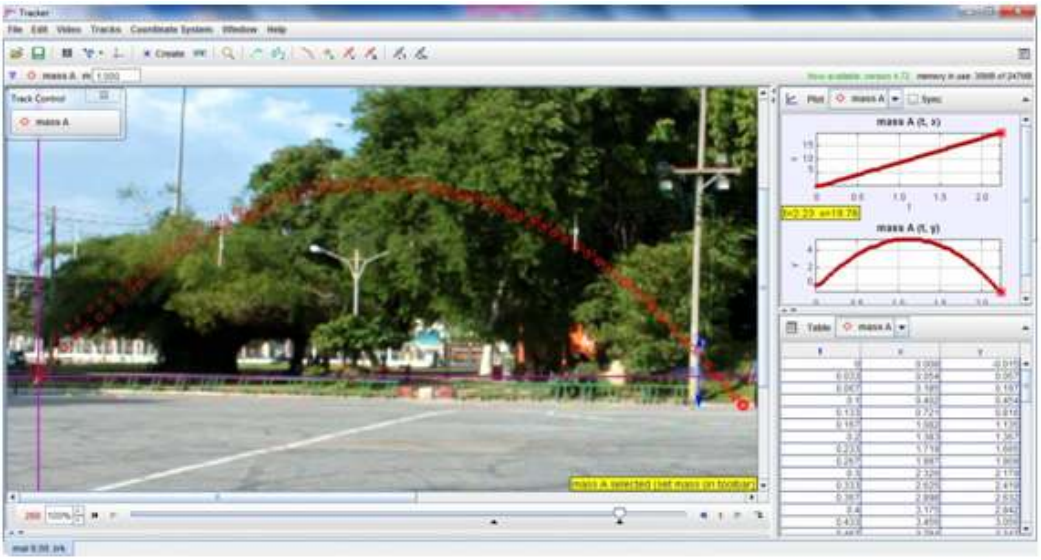


(ก) (ข)

(ค) (ง)

ภาพที่ 1 ขั้นตอนการสร้างจรวดขวดน้ำ

ภาพที่ 2 การยิงจรวดที่มุมการยิง 45^0



ภาพที่ 3 สภาพแวดล้อมของโปรแกรม Tracker

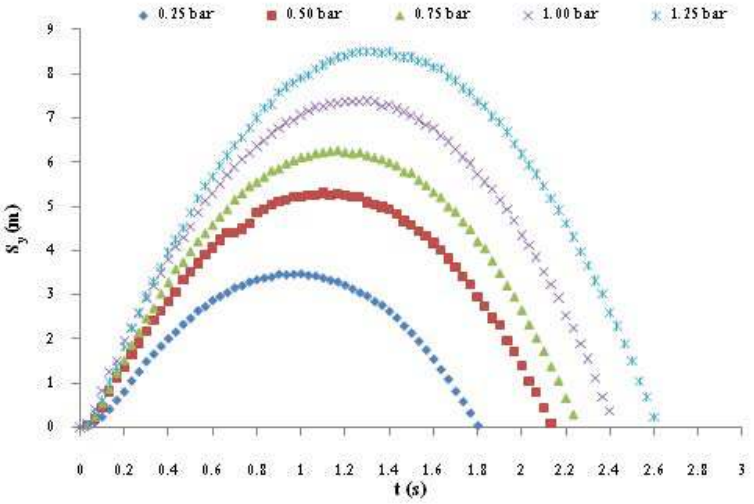
ภาพที่ 4 การกำหนดเงื่อนไขการวิเคราะห์

จากวีดีโอภาพการเคลื่อนที่ของจรวดวิเคราะห์การเคลื่อนที่ด้วยโปรแกรม Tracker เวอร์ชั่น 4.05 ขั้นตอนดังนี้ (ภาพที่ 3 และ 4)

1) เปิดไฟล์วีดีโอที่ต้องการวิเคราะห์
2) กำหนดเฟรมเริ่มต้นและเฟรมสุดท้ายที่ต้องการวิเคราะห์
3) กำหนดอัตราการเลื่อนเฟรม โดยในที่นี้ กำหนดอัตราการเปลี่ยนเฟรมที่ 30 เฟรมต่อวินาที
4) กำหนดแกนและความยาวอ้างอิง
5) ระบุตำแหน่งของวัตถุที่ต้องการวิเคราะห์
6) ทำการวิเคราะห์โดยกำหนดให้โปรแกรมทำการวิเคราะห์แบบอัตโนมัติ

ผลการทดลอง

จากผลการสร้างจรวดขวดน้ำและทำการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ ที่ความดันในการยิง 0.25-1.25 bar วิเคราะห์การเคลื่อนที่ของจรวดได้ผลการทดลองดังภาพที่ 5



ภาพที่ 5 การกระจัดแนวดิ่งของจรวด

จากการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของจรวดขวดน้ำ พบว่าลักษณะการเคลื่อนที่ของจรวดที่ความดัน 0.25 ถึง 1.25 bar มีลักษณะการเคลื่อนที่คล้ายกัน คือ มีวิถีการเคลื่อนที่แบบพาราโบลาและจากการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของจรวดขวดน้ำพบว่าระยะกระจัดตามแนวดิ่งสูงสุดของจรวดจะมีค่าที่เพิ่มขึ้นตามความดันที่ยิงจาก 3.47 5.30 6.28 7.38 และ 8.49 m สำหรับความดัน 0.25 0.50 0.75 1.00 และ 1.25 bar ตามลำดับ (ภาพที่ 5) และเวลาที่จรวดใช้ในการยิงมีค่า 1.86 2.20 2.30 2.50 และ 2.70 s ตามลำดับ (ตารางที่ 1)

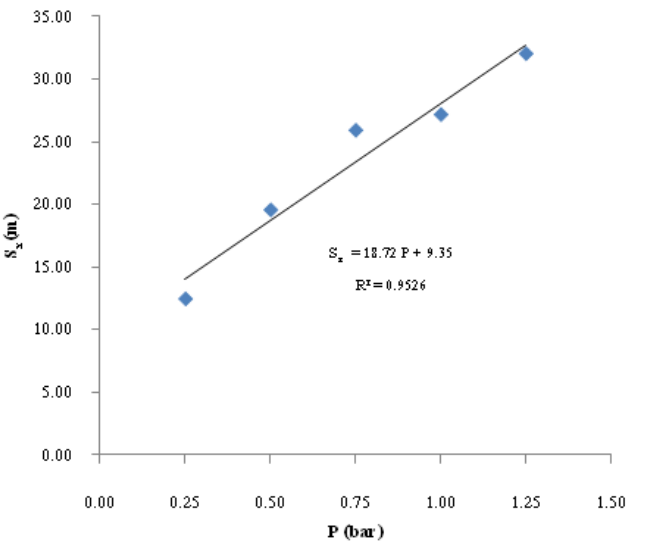
ตารางที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและระยะทางในแนวราบและแนวดิ่งจากการวิเคราะห์

ความดัน (bar)	ระยะทาง		มุม (°)
	แนวราบ (m)	แนวดิ่ง (m)	
0.25	12.41	3.47	48.20
0.50	19.25	5.30	47.75
0.75	25.88	6.28	44.14
1.00	27.14	7.38	47.40
1.25	32.00	8.49	46.70

ตารางที่ 2 คความคลาดเคลื่อนของการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม Tracker

ความดัน (bar)	ระยะทางแนวราบ		ความคลาดเคลื่อน (%)
	การวิเคราะห์ (m)	การวัด (m)	
0.25	12.41	12.00	3.42
0.50	19.52	18.70	4.39
0.75	25.88	24.70	4.78
1.00	27.14	26.70	1.65
1.25	32.00	31.00	3.23

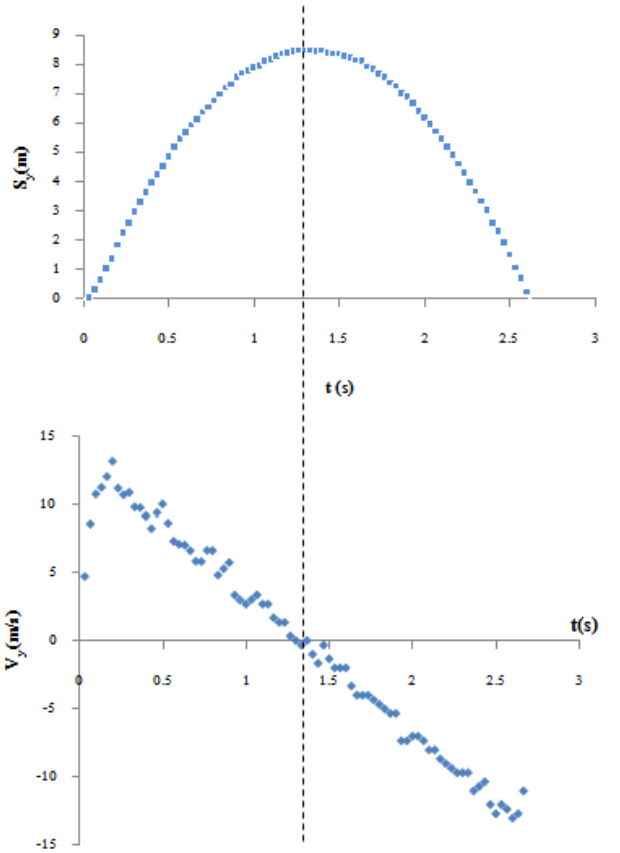
เมื่อเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ระหว่างระยะทางแนวราบของจรวดที่ความดันการยิงต่างๆ พบว่าความคลาดเคลื่อนจากการวิเคราะห์กับการวัด มีความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 3.42 4.39 4.78 1.65 และ 3.23% ตามลำดับ (ตารางที่ 2) ซึ่งมีความคลาดเคลื่อนที่ไม่เกิน 5 % โดยความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นอาจเกิดจากการกำหนดระยะอ้างอิง และระยะห่างในการบันทึกภาพ (พรรัตน์ วัฒนกสิวิชช์ และจิราภรณ์ ปุณยวัจน์พรกุล, 2555; Glawtanong, Ritphan, Sirisathitkul, Yaiprasert, & Sirisathitkul, 2011)



ภาพที่ 6 สมการความสัมพันธ์ระหว่างระยะกระจัดตามแนวราบกับความดัน

เมื่อพิจารณาถึงผลของความดันที่มีต่อระยะการกระจัดในแนวราบ โดยการสร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง ความดันกับระยะการกระจัดในแนวราบ (ภาพที่ 6) และสร้างสมการความสัมพันธ์ พบว่า ความดันกับระยะการกระจัดในแนวราบ มีความสัมพันธ์เชิงเส้นเป็นไปตามสมการ S_x = 18.72 P + 9.35 และจากพิสัยจากการยิงที่ความดัน 0.25 0.5 0.75 1.00 และ 1.25 bar คำนวณความเร็วที่ยิงตามสมการที่ 8 ได้ความเร็วเท่ากับ 11.03 13.83 15.93 16.31และ 17.71 m/s ตามลำดับ

เมื่อเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วในแนวดิ่งของการยิงจรวดด้วยความดัน 1.25 bar กับเวลาที่จรวดเคลื่อนที่ (ภาพที่ 7) พบว่าความเร็วแนวดิ่งมีค่าลดลงและมีค่าเท่ากับศูนย์เมื่อจรวดอยู่ตำแหน่งสูงสุดจากนั้นเมื่อวัตถุเริ่มตกอีกครั้งความเร็วมีค่าลดลง เมื่อตกถึงพื้น



ภาพที่ 7 ความเร็วในแนวดิ่งที่ความดันยิง 1.25 bar

อภิปรายผล

จากการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของจรวดขวดน้ำพบว่าการเคลื่อนที่ของจรวดขวดน้ำเป็นการเคลื่อนที่ที่เกิดจากองค์ประกอบทั้งในแนวระนาบ (x) และแนวดิ่ง (y) ซึ่งอธิบายได้ด้วยกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton's Law of Motion) โดยเริ่มต้นเมื่อให้ความดันแก่จรวดซึ่งภายในบรรจุน้ำ อากาศที่อัดเข้าไปจะทำหน้าที่ดันน้ำให้พุ่งออกทางท้ายของจรวด ขณะเดียวกันอากาศจะผลักในทิศทางตรงกันข้าม ส่งผลให้จรวดขวดน้ำพุ่งขึ้น (กฎข้อที่ 3 ของนิวตัน) และเนื่องจากมวลของจรวดมีมากกว่ามวลของอากาศมาก ทำให้อากาศมีความเร่งมากกว่าความเร่งของจรวดมาก (กฎข้อที่ 2 ของนิวตัน) ทำให้อากาศพุ่งออกไปจากจรวดขวดน้ำหมดอย่างรวดเร็ว ขณะเดียวกันส่วนหัวจรวดซึ่งมีลักษณะแหลม และส่วนปีก (Fin) ช่วยลดแรงต้านอากาศ (drag force) และบังคับทิศทางของจรวดให้เคลื่อนที่พุ่งขึ้นไป ขณะที่จรวดลอยอยู่ในอากาศ มีแรงกระทำเพียงแรงเดียวคือแรงดึงดูดของโลก ในทิศทางเข้าสู่ศูนย์กลางโลก (Barrio-Perotti et al, 2010)

ขณะที่จรวดเคลื่อนที่ขึ้น ความเร็วตามแนวระดับจะมีค่าลดลงและจะมีค่าเป็นศูนย์ ณ ตำแหน่งสูงสุด ทำให้วัตถุหยุดนิ่งชั่วขณะ จากนั้นด้วยอิทธิพลของแรงดึงดูดของโลกที่มากกว่าความเร็วในแนวระนาบส่งผลให้ วัตถุตกลงมา ความเร็วมีค่าลดลง ทำให้จรวดมีวิถีการเคลื่อนที่แนววิถีโค้ง

ความดันที่ให้กับจรวดมีผลต่อพิสัยที่จรวดตก กล่าวคือ เมื่อเพิ่มความดันจาก 0.25 0.50 0.75 1.00 และ 1.25 bar จรวดขวดน้ำมีพิสัยเพิ่มขึ้นจาก 12.41 19.52 25.88 27.15 และ 32.0 m และพิสัยมีความสัมพันธ์กับความดันในลักษณะความสัมพันธ์เชิงเส้น

สรุป

ผลการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของจรวดขวดน้ำด้วยการวิเคราะห์จากภาพและอาศัยโปรแกรม Tracker พบว่าการเคลื่อนที่ของจรวดขวดน้ำมีเส้นทางการเคลื่อนที่แบบวิถีโค้ง หรือการเคลื่อนที่แบบโปรเจ็คไทล์ โดยตลอดการเคลื่อนที่สามารถอธิบายการเคลื่อนที่ ด้วยกฎการเคลื่อนที่นิวตัน ซึ่งระยะทางในแนวราบของจรวดมีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงกับความดันที่ใช้ตามสมการ S_x =18.72P+9.35 การวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม Tracker ความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 5 % ซึ่งอาจเกิดจาก การกำหนดระยะอ้างอิง และระยะห่างในการบันทึกภาพ

รายการอ้างอิง

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน.** กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษาธิการ.

คณาจารย์ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง. (2546). **ฟิสิกส์พื้นฐานขั้นมหาวิทยาลัย 1.** กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง

ปฐพี ทวีกุล. (2555). **จรวดขวดน้ำ (PET).** เข้าถึงเมื่อวันที่ 14 พฤศจิการยน 2555, จาก http://thaveekul.wordpress.com.

พรรัตน์ วัฒนกสิวิชช์ และจิราภรณ์ ปุณยวัจน์พรกุล. (2555). การวิเคราะห์วิดีโออัตราเร็วสูงในกลศาสตร์. **วารสารวิทยาศาสตร์ มศว., 28**(2), 211-232.

องค์การพิพิธภัณฑ์วิทยาศาสตร์.(2555). **การแข่งขันจรวดขวดน้ำแห่งชาติ.** เข้าถึงเมื่อวันที่ 14 พฤศจิการยน 2555, จาก http://www.nsm.or.th/nsm2009/index.php?option=com_nsmcontents&views=category&id=29&Itemid=77&page=1.

Brown, D. (2012). **Tracker video analysis and modeling tool.** Retrieved November 14, 2012, from http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/.

Glawtanong, P., Ritphan, S., Sirisathitkul, C., Yaiprasert, C. & Sirisathitkul, Y. (2011). Studies of Free Falling Object and Simple Pendulum Using Digital Video Analysis. **Walailak J Sci& Tech 2011, 8**(1), 63-69.

Barrio-Perotti,R., Blanco-Marigorta, E., Fernandez-Francos, J. & Galdo-Vega, M. (2010). Theoretical and experimental analysis of the physics of water rockets. **Eur. J. Phys., 31**, 1131-1147.